

## Направление «Математика и информатика»

Олимпиадное задание по направлению «Математика и информатика» состоит из двух частей.

**Инвариантную часть** нужно выполнить всем участникам.

**Вариативная часть** разделена на четыре блока, следует сосредоточиться только на одном из них.

Время выполнения заданий – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

### ИНВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ (25 баллов)

Незнайка собирается полететь на Луну, чтобы принять участие в научной экспедиции. По нормам провоза багажа космической компании «Комета», ракетой которой летит Незнайка, на борт можно взять багаж, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, объём которого не превосходит  $V = 29160 \text{ см}^3$  (стороны этого параллелепипеда Незнайка обозначил буквами  $a, b, c$ ). Кроме того, у компании «Комета» есть дополнительное ограничение на второе и третье измерение багажа:  $9 \cdot b + 20 \cdot c \leq 810$ .

Также участникам экспедиции предоставляются шестимерные отсеки для перевозки шестимерных приборов. Размеры предоставленного отсека зависят от размеров багажа и равны  $a, b, b, c, c, c$  (где  $a, b, c$  — длины сторон багажа, который пассажир взял на борт).

Чему должны быть равны длины  $a, b, c$ , чтобы шестимерный отсек имел наибольший (шестимерный) объём

$$\Omega = a \cdot b^2 \cdot c^3?$$

### ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ (75 баллов)

Выберите **только один** из предложенных блоков. В бланке ответов обязательно укажите номер блока

#### БЛОК 1

Исследовать на дифференцируемость в точке  $x = 0$  функцию

$$U(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|}{x^2 + n^2}$$

#### БЛОК 2

Пусть  $V$  - множество всех четверок целых чисел с операциями покомпонентного сложения и умножения на целые числа. Пусть  $U$  - множество всех четверок неотрицательных целых чисел.

1. Покажите, что существуют такие четверки целых чисел  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ , что любой элемент  $U$  однозначно представим в виде линейной комбинации этих четверок с неотрицательными целыми коэффициентами.

2. Покажите, что существуют такие четверки целых чисел  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ , что любой элемент  $U$  однозначно представим в виде линейной комбинации этих четверок с неотрицательными целыми коэффициентами и при этом среди четверок  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ , есть такие, у которых не все компоненты неотрицательные.

3. Докажите, что не существует таких четверок целых чисел  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ , что любой элемент  $V$  однозначно представим в виде линейной комбинации этих четверок с неотрицательными целыми коэффициентами.

4. Пусть выбраны такие четверки целых чисел  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$ , что любой элемент  $U$  однозначно представим в виде линейной комбинации этих четверок с неотрицательными целыми коэффициентами. Может ли оказаться так, при представлении четверки  $(2022, 2022, 2022, 2022)$  в виде линейной комбинации этих четверок с неотрицательными целыми коэффициентами какой-то из коэффициентов окажется нечетным?

#### БЛОК 3

##### «Коды, исправляющие ошибки»

Пусть  $C$  – бинарный код длины 15, порожденный многочленом  $g(x) = x^4 + x^3 + 1$ .

Декодировать вектор  $\vec{y} = (100000110101100)$ .

#### «Робот»

В настоящее время описать формальным техническим языком с использованием общепринятых стандартов и нотаций, или использованием псевдокода, можно практически всё, что угодно.

Предлагается описать поведение рабочей смены автоматизированного робота-курьера.

Робот-курьер может выполнять только один заказ одновременно. Длительность работы аккумуляторов хватает на 4 часа, после требуется вернуться на базовую станцию на замену аккумулятора, скорость движения ограничена 10 км/ч. Время на выполнение одного заказа по доставке 15-45 минут в одну сторону. Заказы имеют ограничение по весу до 300 кг и габаритам В/Ш/Г 600/800/600 мм. негабаритные заказы и с превышением допустимого веса не принимаются. Замена аккумулятора происходит в течении 1 минуты.

Решение должно представлять следующее:

1. Схема и описание решения с обоснованием технической платформы и используемого оборудования робота, описание области применимости робота
2. Описание алгоритма работы системы с помощью общепринятых нотаций или на псевдокоде (либо программном коде с комментариями каждой строки): 1) для разгрузки и погрузки; 2) построения маршрута движения; объезда, возникающих препятствий
3. Прототипы визуальных интерфейсов
4. Схема инфологической модели предметной области