

Технолог разрабатывает этикетку, на которой должен быть напечатан текст, занимающий прямоугольник площадью  $S$  см<sup>2</sup>. Верхнее и нижнее поля этикетки должны быть по  $b$  см, правое и левое – по  $a$  см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы наиболее выгодные размеры этикетки?

**Решение.**

Обозначим ширину теста через  $c$  см, длину через  $d$  см, тогда  $S = cd$ . Ширина страницы равна  $c + 2a$ , длина –  $d + 2b$ , площадь этикетки

$$F = (c + 2a)(d + 2b).$$

Из равенства  $S = cd$  имеем  $d = S/c$ , подставляем в  $F$ , получаем

$$F = (c + 2a)(S/c + 2b).$$

Исследуем функцию  $F$  на экстремум  $c \in (0, +\infty)$ . Находим стационарные точки:

$$F' = \frac{S}{c} + 2b - \frac{S(c + 2a)}{c^2} = 0,$$

$$\frac{S}{c} + 2b - \frac{S}{c} - \frac{2Sa}{c^2} = 2b - \frac{2Sa}{c^2} = 0, \quad c = \sqrt{\frac{Sa}{b}}.$$

Исходя из знаков  $F'$  найденная точка является точкой минимума.

Имеем  $d = \sqrt{\frac{Sb}{a}}$ . Размеры страницы: ширина  $\sqrt{\frac{Sa}{b}} + 2a$ , длина  $= \sqrt{\frac{Sb}{a}} + 2b$ .

**Критерии оценивания (из 100 процентов).**

Записано выражение площади как функция  $c$  или  $d + 30$ , найдена точка экстремума  $+30$ , обосновано, что это точка минимума  $+30$ , выписан ответ  $+10$ . Если решение содержит арифметические ошибки, но при этом идея верна и исследование на экстремум проведено полностью, то  $+80$ .